

2020年度

尚絅学院高等学校
入学試験問題

数 学

試験時間 (50分)

注 意 事 項

1. 「始め」の合図があるまで問題の表紙を開かないでください。
2. 解答用紙には決められた欄に受験番号のみ記入し、氏名は書かないでください。
3. 計算は問題用紙の余白を使用してもかまいません。
4. 解答は必ず解答用紙のそれぞれ決められた欄に記入してください。
5. 無理数は根号のまま、円周率は π で答えなさい。
6. 印刷が見えにくい場合は、手をあげて監督者の指示に従ってください。
7. 考査が終わったら、解答用紙と問題用紙を別々にしておいてください。
8. その他すべて、監督者の指示に従ってください。

受験番号

第一問 次の各問に答えなさい。

(1) $-2^2 \times \left(-\frac{3}{8}\right) + \frac{1}{2}$ を計算しなさい。

(2) $\sqrt{27} - \frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ を計算しなさい。

(3) 等式 $a-3b=c$ を b について解きなさい。

(4) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 3x+2y=8 \\ 5-2x=y \end{cases}$$

(5) 2次方程式 $x^2-5x+2=0$ を解きなさい。

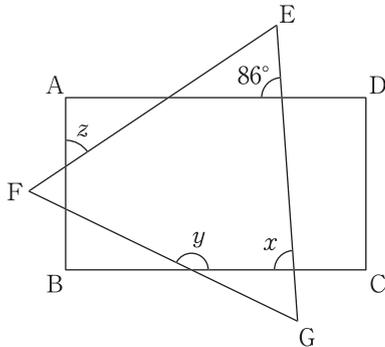
(6) $\sqrt{39-3n}$ が自然数となるような自然数 n の値をすべて求めなさい。

(7) 関数 $y=ax+b$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 1$ のときの y の変域が $-6 \leq y \leq 2$ です。このとき、 a と b の値を求めなさい。ただし、 $a < 0$ とします。

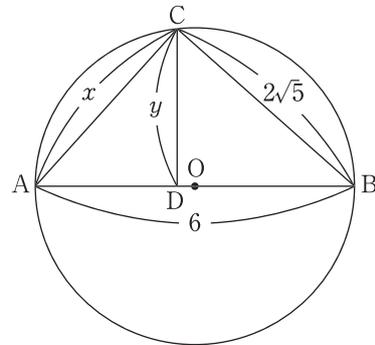
第二問 次の各問に答えなさい。

問1 次をそれぞれ求めなさい。

- (1) 四角形 ABCD は長方形、 $\triangle EFG$ は正三角形であるとき、 $\angle x$ 、 $\angle y$ 、 $\angle z$ の大きさ



- (2) AB は直径、 $CD \perp AB$ であるとき、 x 、 y の長さ

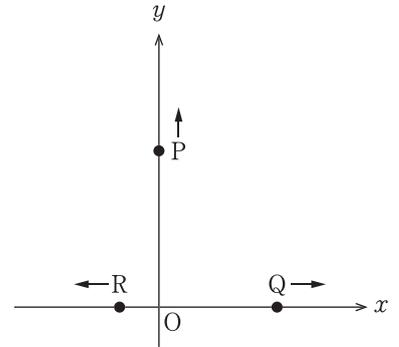


問2 次の問に答えなさい。

- (1) 1 辺の長さが 7 の正方形を底面とし、高さが h の四角錐の体積が 196 です。このとき、 h の値を求めなさい。
- (2) 瀬野さんと塚本さんの所持金の合計は、はじめ 1200 円でした。瀬野さんが塚本さんに 500 円渡したところ、塚本さんの所持金は瀬野さんの所持金の 2 倍になりました。瀬野さんのはじめの所持金はいくらか求めなさい。

第三問 次の各問に答えなさい。

問1 図のように、原点を O とする座標平面上に、いずれも秒速 1cm で移動する点 P , Q , R があります。 P は原点を出発して、 y 軸上を正の方向に移動します。また、 Q , R は、 P が原点を出発してからそれぞれ 1 秒後、 3 秒後に原点を出発して、 Q は x 軸上を正の方向に、 R は x 軸上を負の方向に移動します。次の問に答えなさい。



- (1) P が原点を出発してから 5 秒後の $\triangle PRQ$ の面積を求めなさい。
- (2) P が原点を出発してから x 秒後 ($x \geq 3$) の QR の長さを x を用いて表しなさい。
- (3) $\triangle PRQ$ の面積が 120cm^2 となるのは P が原点を出発してから何秒後か求めなさい。

問2 神山さんは、家で飼っているニワトリが産んだ卵の重さを計っています。下の表 I は、先月産んだ 30 個の卵の重さを計った結果をまとめたものです。また、下の資料は、今月になって産んだ 10 個の卵の重さを計った結果です。次の問に答えなさい。

資料

53	56	58	59	60
60	61	62	64	65 (g)

表 I

重さ (g)	度数 (個)
50 以上 54 未満	2
54 ~ 58	3
58 ~ 62	9
62 ~ 66	12
66 ~ 70	4
計	30

- (1) 資料の 10 個の卵の重さの範囲を求めなさい。
- (2) 表 I の 30 個の卵の重さの中央値が入っている階級の階級値を求めなさい。
- (3) 資料の 10 個の卵の重さの記録を表 I に加えて、 40 個の卵の重さの結果としてまとめ直した表 II をつくります。表 I と表 II を比べて、以下の文章が正しければ \bigcirc 、そうでないものには \times をつけなさい。
 - ① 最頻値は、表 I よりも表 II のほうが大きい。
 - ② 中央値は、表 I よりも表 II のほうが小さい。
 - ③ 一番重い卵の重さは、表 I と表 II で変わらない。

第 四 問 図のように、①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥の 6 枚のカードが並べてあります。大小 2 つのさいころを投げて、大きいさいころの出た目の数を X 、小さいさいころの出た目の数を Y とします。このとき、左から X 番目のカードと右から Y 番目のカードに書かれている数の和を得点とします。ただし、その 2 枚のカードが同じカードになるとき、得点は 0 点とします。次の各問に答えなさい。

問 1 $X=2$, $Y=3$ のときの得点を求めなさい。



問 2 得点が 0 点となるときの X , Y の組は何組あるか求めなさい。

問 3 X , Y の組を (X, Y) と表します。得点が最大となるときの X , Y の組をすべて求めて、 (X, Y) の形で書きなさい。

問 4 得点が 0 点にならないとき、次の問に答えなさい。

(1) 得点を X , Y を用いて表しなさい。

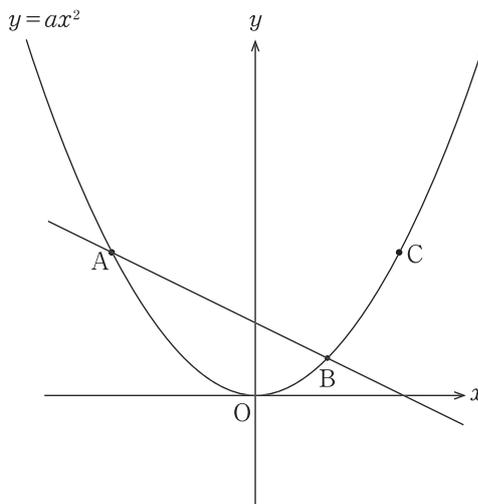
(2) 得点が 3 の倍数となるときの X , Y の組は何組あるか求めなさい。

第五問 原点を O とする座標平面上に、放物線 $y=ax^2$ があります。点 A, B, C は放物線 $y=ax^2$ 上の点で、 A の座標は $(-4, 4)$ 、 B の x 座標は 2 、 C の x 座標は 4 です。このとき、次の各問に答えなさい。

問1 a の値を求めなさい。

問2 B の y 座標を求めなさい。

問3 $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。



問4 $\triangle PAB$ の面積が $\triangle ABC$ の面積と等しくなるように、 y 軸上の $y > 0$ の範囲に点 P を取ります。このとき、 P の座標を求めなさい。

問5 $\triangle PBC$ を y 軸の周りに一回転させてできる立体の体積を求めなさい。

第 六 問 図 I のように、長方形 ABCD の 2 本の対角線の交点を E とし、点 E を通る直線と辺 BC、DA との交点をそれぞれ F、G とします。AB=12、AD=16 とするとき、次の各問に答えなさい。

問 1 $\triangle BEF \equiv \triangle DEG$ を証明しなさい。

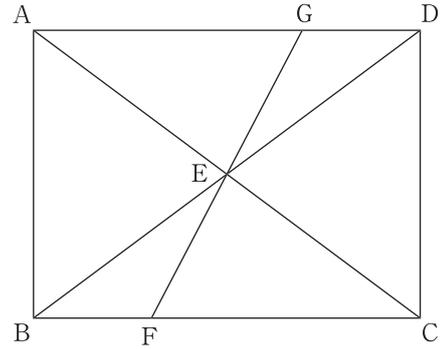


図 I

問 2 四角形 ABFG の面積を求めなさい。

問 3 $FG=13$ となるとき、BF の長さを求めなさい。ただし、 $BF < FC$ とします。

問 4 図 II は、図 I の長方形 ABCD を頂点 C が頂点 A に重なるように折ったときの折り目を FG としたときのものです。AG の長さを求めなさい。

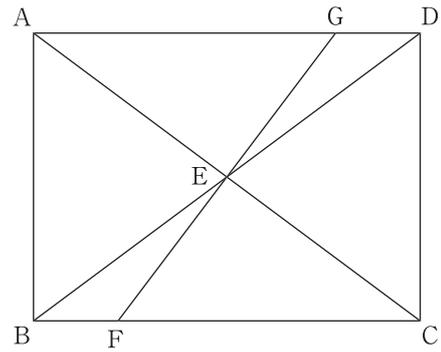


図 II

[2020 年度入学試験解答 B 日程/数学]

第一問

(1) 2 (2) $-2\sqrt{3}$ (3) $b=\frac{a-c}{3}$ (4) $x=2, y=1$

(5) $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$ (6) $n=1, 10$ (7) $a=-2, b=-4$

(解説)(6) $\sqrt{39-3n}=\sqrt{3(13-n)}=\sqrt{k^2}$ (k は自然数)となればよい。 $1\leq 13-n\leq 12$ より,
 $3(13-n)=k^2$ となるのは, $13-n=3, n=10$ のときと, $13-n=3\times 2^2=12, n=1$ のときである。

第二問

問 1(1) $\angle x=86^\circ$ $\angle y=154^\circ$ $\angle z=56^\circ$ (2) $x=4$ $y=\frac{4\sqrt{5}}{3}$

(解説)(2) $x=\sqrt{6^2-(2\sqrt{5})^2}=4$

$\triangle ABC$ の面積について, $\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{5}=\frac{1}{2}\times 6\times y$ $4\sqrt{5}=3y$ より, $y=\frac{4\sqrt{5}}{3}$

問 2(1) $h=12$ (2) 900(円)

(解説)(2) 瀬野さんのはじめの所持金を x 円, 塚本さんのはじめの所持金を y 円とすると,
 $x+y=1200\cdots$ ① $2(x-500)=y+500\cdots$ ② ①, ②を連立方程式として解くと,
 $x=900$ $y=300$

第三問

問 1(1) 15 (2) $2x-4$ (3) 12(秒後)

(解説)(2) $OQ=x-1, OR=x-3$ と表されるから, $QR=OQ+OR=2x-4$

(3) $\triangle PRQ=\frac{1}{2}\times QR\times OP$ だから, $\frac{1}{2}(2x-4)x=120$ $x^2-2x-120=0$ $(x-12)(x+10)=0$
 $x>0$ より, $x=12$

問 2 (1) 12(g) (2) 64(g)

(3) ①× ②○ ③○

(解説)(3) 表 II は右のようになる。

①最頻値…表 I は 64(g), 表 II も 64(g)である。

②中央値…表 I は 64(g), 表 II は 60(g)である。

③10 個の卵の中に 66~70 の階級の卵はないから,
一番重い卵の重さは変わらない。

重さ(g)	度数(個)
50 以上 54 未満	3
54~58	4
58~62	14
62~66	15
66~70	4
計	40

第四問

問1 6(点) 問2 6(組) 問3 (5, 1), (6, 2)

問4 (1) $X-Y+7$ (点) (2) 10(組)

(解説) 問2 X, Y の組を (X, Y) と表すと、 $X+Y=7$ となる場合で、(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)の6組ある。

問3 [5]と[6]のカードが選ばれるときである。

問4(1) $X+(7-Y)=X-Y+7$ (点)

(2) $X-Y+7=3$ (点)… $X-Y=-4$ より、(1, 5), (2, 6)の2組。

$X-Y+7=6$ (点)… $X-Y=-1$ より、(1, 2), (2, 3), (4, 5), (5, 6)の4組。

$X-Y+7=9$ (点)… $X-Y=2$ より、(3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)の4組。

合わせて10組ある。

第五問

問1 $a=\frac{1}{4}$ 問2 1 問3 12 問4 (0, 6) 問5 32π

(解説) 問3 B(2, 1), C(4, 4)より、 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{4-(-4)\}\times(4-1)=12$

問4 直線ABの式を求めると、 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 直線PCの式は $y=-\frac{1}{2}x+6$ よって、P(0, 6)

問5 直線BCは $y=\frac{3}{2}x-2$ 直線BCとy軸との交点をQ(0, -2)とすると、

求める体積は、PQCの円錐-PQBの円錐を2つ組み合わせた図形

$$\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times8-\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times8=\frac{128}{3}\pi-\frac{32}{3}\pi=32\pi$$

第六問

問1(証明)

$\triangle BEF$ と $\triangle DEG$ において

点EはBDの中点だから、 $BE=DE$ …①

対頂角は等しいから、 $\angle BEF=\angle DEG$ …②

AD//BCより、錯角は等しいから、 $\angle EBF=\angle EDG$ …③

①, ②, ③より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle BEF\equiv\triangle DEG$

問2 96 問3 $\frac{11}{2}$ 問4 $\frac{25}{2}$

(解説) 問2 四角形ABFG= $\frac{1}{2}$ 長方形ABCD= $\frac{1}{2}\times12\times16=96$

問3 GからBCに下した垂線をGHとすると、 $\triangle GFH$ で三平方の定理より、

$$FH^2=GF^2-GH^2=13^2-12^2=25 \text{ よって、} FH=5$$

$$BF=(BC-FH)\div2=(16-5)\div2=\frac{11}{2}$$

問4 ACとGFは垂直で、それぞれの中点で交わるから、四角形AFCGはひし形になる。

AG=xとすると、GD=16-x, CG=AG=xだから、 $\triangle GCD$ で三平方の定理より、

$$x^2=(16-x)^2+12^2, x^2=x^2-32x+256+144, 32x=400, x=\frac{25}{2}$$